Probeklausur: Logik für Linguisten

Prof. Dr. Stefan Müller
FB 10, Theoretische Linguistik/Computerlinguistik
Universität Bremen

Stefan.Mueller@cl.uni-bremen.de

12. Juli 2010

Name und Vorname:
Matrikelnummer:

Hinweise:

- Bitte alle Lösungen direkt auf den Aufgabenblättern notieren.
- Hilfsmittel sind nicht zugelassen.
- Für die Bearbeitung der Klausur stehen 90 Minuten zur Verfügung.
- Insgesamt sind 100 Punkte erreichbar. Die Punkteverteilung gibt Ihnen also einen Anhaltspunkt, wieviel Zeit Sie auf eine Aufgabe verwenden sollten.
- Zum Bestehen der Klausur genügt die Hälfte (50) der maximal erreichbaren Punkte.

1 Grundlagen

1. Was ist das cartesische Produkt zweier Mengen A und B. Geben Sie ein Beispiel mit zweielementigen Mengen. (5 Punkte)

2 Aussagenlogik

1. Geben Sie die aussagenlogische Struktur der folgenden Sätze an:

   (1) a. Peter schläft.

b. Peter liebt Maria.
c. Wenn Peter Maria nicht liebt, ist er ein Trottel.
d. Alle Männer lieben Maria.
e. Weder Klaus noch Peter liebt Maria, aber Maria kommt auch ohne sie zurecht.

(5 Punkte)

2. Welchen Wahrheitswert hat der folgende Ausdruck in Abhängigkeit von den Wahrheitswerten von p, q und r. (30 Punkte)

   $((p \leftrightarrow q) \rightarrow r) \wedge (\neg r \rightarrow (\neg r \rightarrow q))$

3. Welche der folgenden Ausdrücke sind Tautologien, Kontradiktionen bzw. Kontingenzen. Begründen Sie Ihre Zuordnung.

(2) a. $p \vee \neg p$
b. $(p \wedge \neg p) \rightarrow (q \wedge \neg q)$
c. $p \wedge (q \vee p)$

d. $r \wedge (q \wedge \neg r)$

(10 Punkte)

4. Gegeben sei der Ausdruck $(p \vee q) \rightarrow q$. Geben Sie jeweils einen Ausdruck an, der

   - semantisch äquivalent
   - in der Wahrheitswerteverteilung entgegengesetzt ist

   zu dem gegebenen Ausdruck ist. (10 Punkte)

5. Zeigen Sie, daß der folgende Schluß gilt:

$$\begin{array}{ll} & (p \vee q) \rightarrow (r \vee z) \\ & q \\ & (r \vee z) \rightarrow (p \wedge t) \\ \hline \therefore & t \end{array}$$

(10 Punkte)

3 Prädikatenlogik

1. Worin unterscheidet sich die Prädikatenlogik von der Aussagenlogik? (5 Punkte)

2. Geben Sie prädikatenlogische Repräsentationen für die folgenden Sätze an:

   (3) a. Karl schläft.
   b. Wenn Karl Harry Potter mag, sieht er sich Harry Potter an.
   c. Alle Hunde schlafen.
   d. Kein Hund schläft.
   e. Hunde die bellen, beißen nicht.

   (10 Punkte)

3. Ist der folgende Schluß logisch korrekt? Begründen Sie!

   Kein Frosch kann fliegen.
   Wellensittiche sind keine Frösche.
   Peters Vogel ist ein Wellensittich.
   Also kann Peters Vogel fliegen. (5 Punkte)

4. Welche der folgenden Ausdrücke sind äquivalent. Geben Sie die entsprechende Äquivalenzregel an:

   (a) $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$
   (b) $\exists x \neg(P(x) \rightarrow Q(x))$
   (c) $\neg\exists x \neg(P(x) \rightarrow Q(x))$
   (d) $\exists x(P(x) \wedge Q(x))$
   (e) $\forall x(P(x) \rightarrow \neg Q(x))$

   Die Regeln zur Umformung sind die folgenden:

   (4) a. $\exists x F(x) \equiv \neg\forall x \neg F(x)$
   b. $\neg\exists x F(x) \equiv \forall x \neg F(x)$
   c. $\exists x \neg F(x) \equiv \neg\forall x F(x)$
   d. $\neg\exists x \neg F(x) \equiv \forall x F(x)$

   (10 Punkte)

4 Zusatzaufgabe: λ-Kalkül

1. Geben Sie die λ-Abstraktionen für die Wörter im foglenden Satz an und zeigen Sie wie man den Satz kompositional analysieren kann.

   (5) Jeder Mann liebt eine Frau.

5 zu 1

Siehe Handout.

6 zu 2.1

(6)
a. p
b. p
c. $\neg p \rightarrow q$
d. p
e. $\neg p \wedge \neg q \wedge r$

7 zu 2.2

p	q	r	$((p$	$\leftrightarrow$	$q)$	$\rightarrow$	$r)$	$\wedge$	$(\neg r$	$\rightarrow$	$(\neg r$	$\rightarrow$	$q))$
w	w	w		w		w		w	f	w	f	w	
w	w	f		w		f		f	w	w	w	w	
w	f	w		f		w		w	f	w	f	w	
w	f	f		f		w		f	w	f	w	f	
f	w	w		f		w		w	f	w	f	w	
f	w	f		f		w		w	w	w	w	w	
f	f	w		w		w		w	f	w	f	w	
f	f	f		w		f		f	w	f	w	f	

Der Wert in der Spalte unter $\wedge$ entspricht dem Ergebnis.

8 zu 2.3

(7)
a. Tautologie
b. Tautologie
c. Kontingenz
d. Kontradiktion

9 zu 2.4

äquivalent ist: $(p \vee q \vee p) \rightarrow q$
entgegengesetzt ist: $\neg((p \vee q \vee p) \rightarrow q)$

10 zu 2.5

	$(p \vee q) \rightarrow (r \vee z)$	1
	q	2
	$(r \vee z) \rightarrow (p \wedge t)$	3
$\therefore$	t	

Aus 1 und 2 folgt $(r \vee z)$, da $(p \vee q)$ wegen 2 gilt und deshalb die rechte Seite von 1 folgt. Damit ist die Voraussetzung von 3 erfüllt. Deshalb folgt $(p \wedge t)$ und somit über Konjunktionsreduktion auch t.

11 zu 3.2

(8) a. $schlafen(Karl)$
b. $mgen(Karl, HarryPotter) \rightarrow ansehen(Karl, HarryPotter)$
c. $\forall x(hund(x) \rightarrow schlafen(x))$
d. $\neg\exists(hund(x) \wedge schlafen(x))$
e. $\forall x((hund(x) \wedge bellen(x)) \rightarrow \neg\exists y beissen(x, y))$

12 zu 3.3

Der Schluß ist nicht korrekt, da nur etwas darüber ausgesagt wird, daß Frösche nicht fliegen können. Wenn ein Objekt kein Frosch ist, dann folgt aus der Aussagen *Kein Frosch kann fliegen* nichts für dieses Objekt.

Die Tatsache, daß Wellensittiche normalerweise fliegen können, hat nichts mit der Ungültigkeit des Schlusses zu tun.

13 zu 3.4

a und c sind äquivalent wegen (4d).

14 zu 4.1

jeder: $\lambda P \lambda Q \forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$
Mann: $\lambda i\ mann(i)$
lieben: $\lambda T \lambda z(T\ (\lambda u\ lieben(z, u)))$
eine: $\lambda R \lambda S \exists y(R(y) \wedge S(y))$
Frau: $\lambda j\ frau(j)$

Kombination aus **eine** und **Frau**:
$\lambda R \lambda S \exists y(R(y) \wedge S(y)) + \lambda j\ frau(j)$
$\lambda S \exists y(\lambda j\ frau(j)(y) \wedge S(y))$
$\lambda S \exists y(frau(y) \wedge S(y))$

Kombination aus **lieben** und **eine Frau**:
$\lambda T \lambda z(T(\lambda u\ lieben(z, u))) + \lambda S \exists y(frau(y) \wedge S(y))$
$\lambda z(\lambda S \exists y(frau(y) \wedge S(y))(\lambda u\ lieben(z, u)))$
$\lambda z(\exists y(frau(y) \wedge (\lambda u\ lieben(z, u))(y)))$
$\lambda z(\exists y(frau(y) \wedge lieben(z, y)))$

Kombination aus **jeder** und **Mann**:
$\lambda P \lambda Q \forall x(P(x) \rightarrow Q(x)) + \lambda i\ mann(i)$
$\lambda Q \forall x(\lambda i\ mann(i)(x) \rightarrow Q(x))$
$\lambda Q \forall x(mann(x) \rightarrow Q(x))$

Kombination aus **jeder Mann** und **eine Frau lieben**:
$\lambda Q \forall x(mann(x) \rightarrow Q(x)) + \lambda z(\exists y(frau(y) \wedge lieben(z, y)))$

$\forall x(mann(x) \rightarrow \lambda z(\exists y(frau(y) \wedge lieben(z, y)))(x))$
$\forall x(mann(x) \rightarrow \exists y(frau(y) \wedge lieben(x, y)))$